ORTVAY RUDOLF
PROBLÉMAMEGOLDÓ VERSENY FELADATAI

Beadási határidő: **1996. november 11. (hétfő)** 12^{00},
Postacím: **Dávid Gyula, Fizikus Diákkör, Gólyavár, Hallgatói Iroda, H-1088 Budapest, Múzeum körút 6-8.**
Faxon a (1)-266-2556 számra lehet küldeni a megoldásokat. A feladatok személyesen a **a Gólyavár ruhatárában** adhatók le. A Műegyetemen Kertész János professzornál, Szegeden Szing Attilánál, Debrecenben Rajta Istvánnál lehet leadni a megoldásokat. E-mailen LaTeX-formátumban a dgyludens.elte.hu címre küldhetők a megoldások.

A feladatok megoldása során bármilyen segédeszköz használható. Az értékelés évfolyamonként történik. Maximum 10 feladatot lehet beadni, mindegyik feladat 100 pontot ér. **Minden feladatot külön lapon, név és évfolyam feltüntetésével kérünk**. Azonos vagy közel azonos összpontszám esetén a díjazásnál előnyben részesül az, aki korosztályának megfelelő feladatokból válogatott.

A zsűri évfolyamonként nulla, egy vagy több első, második és harmadik díjat, valamint dícséreteket oszt ki. Ezekkel szponzoraink pillanatnyi adakozó kedvétől függő pénzjutalom is jár, ennek mértékéről jelenleg még nem tudunk nyilatkozni. Egyes feladatok kiemelkedő megoldásáért 1000 Ft-os különdíj adható. Már egy feladatért is kapható díj, tehát egy-két feladat megoldását is érdemes beadni!

A legeredményesebb elsőévesnek Diósi Lajos (KFKI) 10 000 Ft különdíjat ajánlott fel. A 30. feladat kitűzője, Csörgő Tamás (KFKI) feladata legjobb megoldóját 5000 Ft-tal jutalmazza.

A verseny eredményhirdetése Fizikus Mikulással egybekötve 1996. december 5-én 14 órakor kezdődik az ELTE TTK D épületének nagytermében. Az egyes feladatok legjobb megoldóit előre felkérjük, hogy megoldásukat az eredményhirdetés után ismertessék.

Minden résztvevőnek jó versenyzést, tanulságos és eredményes feladatmegoldást kíván

az ELTE TTK Fizikus Diákköre és a
Magyar Fizikus Hallgatók Egyesülete

1. Sörösüveget szájával felfelé vízbe ejtünk. Elsüllyed-e az üveg? Hogyan függ ez az ejtési magasságtól és a kezdetben az üvegben levő víz mennyiségétől? Hogyan fog végül úszni az üveg, ha nem süllyed el: állva vagy fekve? (Tételezzük fel, hogy az üveg a víz alatti mozgása során mindvégig függőleges helyzetben marad!)

   (Bihary Zsolt)

2. Vékony műanyag pohárból forró teát iszogatunk. Hogyan változik a pohár alakja?

   (Farkas Zénó)

3. Stabilizáljuk az egysínű villamos mozgását egy nagy tehetetlenségi nyomatékú pörgettyűvel! Határozzuk meg a pörgettyű minimális szögsebességét! (A villamos geometriai méretei és tömege adottak, a kerekek középen, a szimmetriatengelyen helyezkednek el.) Keressünk összefüggést a villamos sebessége és a pörgettyű szögsebessége között! rjuk le általánosan a pörgettyűvel stabilizált egysínű villamos mozgását! Használjunk ciklikus koordinátákat! (Ajánlott irodalom: Landau I. 41. fejezet.)

   (Bakucz Péter)

4. Vízszintes asztallapon rögzítünk egy függőleges tengelyű hengert, amire kötelet csévélünk. A kötél fel nem csévélt részét feszesre húzzuk, és a végére erősített testet a kötélre merőleges kezdősebességgel meglökjük. Hogyan mozog a test, ha mozgása a kötelet felcsévéli a hengerre, és hogyan, ha letekeri? Vizsgáljuk a következő eseteket:

   a/ nincs súrlódás;

   b/ a mozgó testre állandó nagyságú súrlódási erő hat;

   c/ a súrlódási erő a sebességgel arányos;

   d/ a súrlódási erő a sebesség négyzetével arányos!

   (Bihary Zsolt)

5. Írjuk le egy rugalmatlan, pontszerű test egydimenziós mozgását nehézségi erőtérben egy függőlegesen, harmonikusan mozgó ütközési pont fölött!

   (Kertész János)

6. Hogyan lehet Pitot-csővel nyírófeszültséget mérni? Adjunk mérési utasítást áramló folyadék esetére (a folyadék fizikai állandóit ismerjük)! Vizsgáljuk meg a $Re \to \infty$ határesetet! (Re a Reynolds-számot jelenti.) Hogyan tudunk ezek alapján "turbulenciamétert" tervezni az örvényesség mérésére?

(Bakucz Péter)

7. Vízszintes asztallapon nyugvó vékony, lapos, homogén karikára (vékony = a külső és a belső kör sugarának különbsége jóval kisebb a sugaraknál) kötelet csévélünk. A kötél végét állandó nagyságú, állandó irányú erővel húzni kezdjük. A súrlódást nem hanyagolhatjuk el. Hogyan mozog a karika? Mi a helyzet, ha karika helyett homogén korongot használunk?

(Bihary Zsolt)

8. Vízszintes asztallapon v_0 kezdősebességgel és $\omega_0 = v_0/R$ kezdő szögsebességgel útjára indítunk egy függőleges helyzetű, és a vízszintes szimmetriatengelye körül forgú félgömbhéjat (tömege m, külső sugara R, belső sugara r). A kezdősebesség iránya merőleges a szimmetriatengelyre. A tapadási súrlódási együttható végtelen nagy. Írjuk le a a mozgást! Milyen a mozgás, ha a kezdőállapotban nem vízszintes a szimmetriatengely? Van e stacionárius mozgás, és milyen kezdőfeltételekkel?

(Horváth Tibor)

9. Egy R sugarú, ρ sűrűségű, l hosszúságú tömör, merev hengert helyezzünk bele egy ugyanolyan hosszú, R falvastagságú, R belső sugarú csőbe, majd az egészet egy hasonló, de $2R$ belső sugarú csőbe. Mindhárom egység ugyanolyan anyagú, hosszúságú, és így együtt egy $3R$ sugarú hengerré egészítik ki egymást, köztük sem súrlódás, sem hézag nincs. A rendszert a távoli űr egy olyan pontjába helyezzük, ahol más testek hatása elhanyagolható. A rendszer kis rezgéseket végez egyensúlyi helyzete körül, és lehet, hogy az inerciarendszerhez képest forog is.

a/ Milyen rezgési módusok vannak, és mekkora a rezgésidejük? Adjunk számszerű becslést is a rezgésidő nagyságrendjére! Itt tegyük fel, hogy a rendszer szögsebessége zérus.

b/ Megmérjük az egyik módus rezgésidejét, és észrevesszük, hogy az nem egyezik a fent kapott eredménnyel. Kisebb vagy nagyobb lehet? Mit mondhatunk ekkor a szögsebesség-vektorról?

c/ Mit állíthatunk a szögsebesség-vektorról anélkül, hogy megmérnénk a rezgésidőt?

d/ Lehet-e esetleg általánosítani a feladatot több részből álló rendszerre?

(Veres Gábor)

10. Hosszú egyenes csőben egymástól egyenlő távolságra egyforma, m tömegű golyók állnak. Az első golyót állandó F erővel tolni kezdjük. A golyók ütközése k ütközési számmal jellemezhető. A cső falánál fellépő súrlódástól tekintsünk el. Mekkora lesz a tolt golyó sebessége hosszú idő múlva? Milyen széles a kialakuló lökéshullám? Vizsgáljuk meg a $k \to 0$ és a $k \to 1$ határeseteket és az általános esetet is!

(Gnädig Péter)

11. Interkontinentális távvezeték

Magyar mérnökök thaiföldi tanulmányútjuk alkalmával feltalálták és kifejlesztették a tetszőlegesen magas es végtelenül szilárd póznát. E találmányuk segítségével akarják forradalmasítani a világ villamos hálózatát.

a/ Járuljunk hozza e nagyszabású tervhez, írjuk fel a gömb alakú, mozdulatlan Föld erőterében érvényes láncgörbe egyenletét!

b/ Referenciamunkaként a Jarvis-szigetet (Csendes-óceán) es Macapát (Brazilia) akarják két póznával összekötni úgy, hogy a Galápagos-szigeteknél a vezeték épp érintse a Föld felszinét, hogy a bennszülöttek szociális alapon üzemeltethessék villanypásztoraikat. A Jarvis-szigetre mar felállítottak egy 20 000 km magas póznát. Mekkorának kell választani a másik villanyoszlop magasságát? Milyen hosszú vezetéket kell használniuk? (Közelítés, mint az a/ pontban, a Föld sugara 6380 km.)

c/ Egyesek felvetették, hogy a közelítések túlzóak, és tán mégsem illene elhanyagolni a Föld forgását. Milyen jellegű és mekkora hatásokat okoz ennek figyelembe vétele?

d/ Pótkérdés: miből készítsék és hogyan méretezzék a vezetéket?

(Fehér Títusz)

12. Közhiedelem szerint a Föld egét egyetlen Nap világítja be. Ám tüzetes és kitartó vizsgálatok szerint időnként nem egy, hanem három Napot lehet látni az égbolton. Néhány szemtanú izgatott beszámolójából idézve:

a/ Késő délután volt, és a Nappal szemben kellett vezetnem, ami eléggé kellemetlen. Miközben a Nap egy felhő mögé ereszkedett, arra lettem figyelmes, hogy két másik Nap is megjelenik az égen...

b/ Az autópályán haladtunk, kicsit borús volt az idő, amikor a felhőkön átvilágító Nap mellett két melléknapra lettem figyelmes...

Mi okozhatja a jelenséget? Számítsuk ki a melléknapok helyét és intenzítását!

(Szabó István — Daruka István)

13. Vízszintes (végtelen nagy) plafonon folyadékcsepp lóg. Határozzuk meg a csepp alakját! Mik a feladat releváns paraméterei? Milyen minőségileg különböző megoldásokat várunk? Vizsgáljuk meg a határfeltételek szerepét! Mi a lecsöppenés feltétele?

(Fehér Títusz)

14. Egy pohárban desztillált víz van. Felszínén úszik egy régi tízfilléres. Milyen (sűrűségű) anyagból lehet a pénzdarab?

(Sass Balázs)

15. Mint ismeretes, a gazdasági helyzet keményedése következtében a Föld egy ideje nem tudja kifizetni a napenergia-számlát, ezért a szolgáltatók a Nap sugárzását meghatŕozatlan időre kikapcsolják, holnaptól egy fia foton nem sok, annyi sem érkezik. Hogyan változik a továbbiakban a Föld hőmérséklete? (A légkörtől, a Föld forgásától és hasonló zavaró tényezőktől tekintsünk el.)

(Gnädig Péter)

16. Egy hőszigetelő falú, hőszigetelő dugattyúval lezárt hengert fele magasságban egy szintén hőszigetelő fal oszt két egyforma hengerre. A falon egyirányú, a gázt csak a dugattyútól távolabbi tartályrész felé átengedő szelep van, amely igen kis nyomáskülönbségre is megnyílik. A tartály két részében kezdetben egyforma mennyiségű, azonos állapotú egyatomos ideális gáz van. A dugattyút lassan befelé toljuk, amíg csak neki nem ütközik a két részt elválasztó falnak.

a/ Mennyi munkát végeztünk?

b/ Ábrázoljuk a két tartályrészben levő gáz állapotának változását a $p - V$ diagramon!

(Gnädig Péter)

17. Mint naponta tapasztaljuk, az ég kék színű. Miért fehérek akkor a felhők? Honnan "pótolják" a fehér szín kikeveréséhez a spektrumból hiányzó színeket? És ha ezt megmagyaráztuk, már csak azt kellene megértenünk, hogy miért sötétkékek a viharfelhők.

(Hantz Péter)

18. A Lorentz-erő sűrűsége CGS mértékrendszerben

$$\mathbf{f} = \rho\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

Ezt a Maxwell-egyenletek felhasználásával átalakítva, lineáris, homogén, de nem feltétlenül izotróp közegben az alábbi alakú kontinuitási egyenletet nyerjük:

$$-\mathbf{f} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \mathrm{div}\mathsf{T}.$$

Itt a $\mathbf{p}$ vektor impulzussűrűségként és a T tenzor impulzus-áramsűrűségként értelmezhető, ezeket egyelőre gondolhatjuk a tér jellemzőinek, $-\mathbf{f}$ pedig a külső töltésekre ható Lorentz-erő visszahatása. A $\mathbf{p}$ és T formuláit az $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ és $\mathbf{B}$ terek segítségével először Minkowski írta fel, ezeket tankönyvekben is megtalálhatjuk. Vegyük észre, hogy T anizotróp közegben nem szimmetrikus.

Nomármost, írjuk fel a tér $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ impulzusmomentum-sűrűségének mérlegét. Mutassuk meg, hogy a Lorentz-erő járulékán kívüli forgatónyomaték-sűrűség anizotróp közegben nem áll elő divergencia alakjában. Hozzuk a felületi integrállá nem alakítható tagot a dielektromos ill. mágneses polarizáció segítségével egyszerű formára. Milyen jól ismert eredetű forgatónyomatékok jelennek meg a mérlegegyenletben? Mindezek alapján mit gondolunk, $\mathbf{p}$ és $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ valóban rendre az elektromágneses tér impulzus- és impulzusmomentum-sűrűsége?

(Györgyi Géza)

19. Gömbfelületen n egyforma töltött részecske helyezkedik el. Határozzuk meg az egyensúlyi konfigurációt minden n-re ($n \leq 20$)!

(Gnädig Péter)

20. A relativisztikus esethez hasonlóan nemrelativisztikus esetben is bevezethetőek a négyes vektorok, tenzorok, kovektorok, kotenzorok, stb. Ezek a mennyiségek a Galilei-transzformációkra viselkednek kovariánsan. Milyen négyes mennyiség konstruálható a hármas sebességből, a hármas gyorsulásból, a hármas erőből, a mozgási energiából? A mozgási energiából kapott négyes mennyiség segítségével állítsunk fel egy, a Newton-egyenlettel ekvivalens mozgásegyenletet. Milyen hasonlóságok és milyen eltérések fedezhetőek föl a mozgási energiához tartozó négyes mennyiség és a relativisztikus energia-lendület négyes vektor, illetve az általunk felállított egyenlet és relativisztikus Newton-egyenlet között?

    Szorgalmi feladat: oldjuk meg a feladatot a nemrelativisztikus téridőmodell eszközeivel is (ajánlott irodalom: T. Matolcsi: Spacetime without reference frames, Akadémiai Kiadó, Bp. 1993).

(Fülöp Tamás)

21. A speciális relativitáselmélet szerint egy mozgó űrhajóban lassaban múlik az idő. Az általános relativításelmélet szerint viszont a gravitációs tér lassítja az idő múlását, tehát a Föld gravitációs kútjából kiemelkedő rakétában az órák gyorsabban járnak. A Richard Feynmanról elnevezett lopakodó űrhajó azt a feladatot kapta, hogy földi bázisáról sugárirányban felszállva földi idő szerint pontosan egy nap múlva térjen vissza ugyanoda úgy, hogy az űrhajó órái a fizikailag lehetséges legtöbb eltelt időt mutassák. Hogyan kell a kapitánynak működtetnie a hajtóműveket, ha teljesíteni akarja a feladatot? (A rakéta végig sugárirányban mozog, a Föld keringésétől és a légkör zavaró hatásától tekintsünk el.)

(Gnädig Péter)

22. George Deley, a neves mágneses, sőt paramágneses szakember két évet töltött az űrben, hogy kicsatolja a vákuum-rezgéseket, amikor rájött, hogy a Föld felszíne sokkal kellemesebb hely. Most a Föld mágneses terét akarja megcsapolni, ezért $1\,\mathrm{cm}^2$ keresztmetszetű aluminiumhuzalból $1\,\mathrm{km}$ oldalhosszúságú négyzetet fektetett le Budapesten ($\rho_{Al} = 0.03\,\Omega\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$). Tegyük fel, hogy a Föld mágneses tere dipólussal helyettesíthető, amely a Föld középpontjában van, 20 fokot zár be a forgási tengellyel, és az Északi-sarknál a mágneses indukció $10^{-4}\,\mathrm{T}$.

    a/ Mennyi energiát tud így kicsatolni George egy nap alatt? Fenyeget-e ökológiai katasztrófaval, ha Budapest minden lakosa egy ilyen hurok áramával egészíti ki energiaszükségletét?

    b/ George vérszemet kapott, a Föld egy főkörén át akar vezetéket fektetni. Melyik főkört célszerű választania?

(Fehér Titusz)

23. Egy μ mágneses dipólus ($\mu > 0$) mozog $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ sztatikus, forrásmentes mágneses térben. A mozgó dipólus iránya adiabatikusan követi a lokális teret, vagyis minden pillanatban azzal azonos irányba mutat. Csapdába lehet-e ejteni a dipólust, azaz létezhet-e olyan $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ tér, amelyben van stabil egyensúlyi helyzete a dipólusnak?

(Domokos Péter)

24. Mint közismert, a távolsággal arányos vonzó erőtérben mozgó részecske, azaz a(z egydimenziós) harmonikus oszcillátor Hamilton-operátora szimmetrikus és önadjungált is. Vizsgáljuk meg most a távolsággal arányos taszító erőtérben mozgó részecske kvantumechanikai problémáját! Lássuk be, hogy ennek Hamilton-operátora szimmetrikus, de nem önadjungált! Milyen (a hullámfüggvény végtelenbeli viselkedésére vonatkozó) határfeltételek megkövetelésével (azaz a Hilbert-tér milyen leszűkítésével) tehetjük önadjungálttá a Hamilton-operátort? Hány ilyen lehetőségünk van? Oldjuk meg a Schrödinger-egyenletet, határozzuk meg az energiaspektrumot és az energia-sajátfüggvényeket!

(Bajnok Zoltán)

25. Lézerfénnyel állóhullámokat hozunk létre. Az elektromos tér

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x)\cos(k\,z)\cos(\omega\,t)\ .$$

    Az x irányból síkhullámmal leírható atomnyalábot ejtünk az állóhullámokra. Az atomok egyformák, kezdetben alapállapotban vannak, és a lézerfény ω frekvenciája közel van az első gerjesztett állapotukba való átmenet frekvenciájához.

    Számítsuk ki nagy távolságban az atomok által kirajzolt elhajlási képet, feltéve, hogy az atomi állapotok adiabatikusan változnak az állóhullámokon való áthaladás során. Milyen feltételek mellett érvényes ez a közelítés?

(Bene Gyula)

26. Vizsgáljuk meg a táguló fotongáz három különböző esetében fellépő termodinamikai változások közti hasonlóságokat és különbségeket!

a/ Dobozba zárt fotongáz: Ha egy tükröző falú tartályba elektromágneses sugárzást zárunk, és a tartály falait lassan elmozdítva növeljük a térfogatot, a mozgó falon visszaverődő elektromágneses hullámok Doppler-eltolódást szenvednek, és így a spektrum lassan megváltozik. Ha a sugárzás eredetileg Planck-eloszlást követett, akkor a megváltozott spektrum egy más hőmérsékletű Planck-görbének felel meg. gy írhatjuk le a dobozba zárt fotongáz adiabatikus tágulását. Vizsgáljuk meg a folyamat részleteit, és határozzuk meg a fotongáz térfogata és hőmérséklete közötti összefüggést!

b/ Az űrben szabadon terjedő fotongáz: Példa erre a Nap fotoszférájának kb. 6000 K hőmérsékletű anyagával egyensúlyban levő elektromágneses sugárzás, amely a Nap felszínét elhagyva eredeti térfogatát jelentősen megnöveli. Mekkora lesz a sugárzás hőmérséklete, mire a Földre ér? Mekkora lenne a Föld átlaghőmérséklete, ha nem lenne légköre (a légkör üvegházhatása bonyolítja a képet)?

c/ Kozmikus háttérsugárzás: A kozmológia szerint a táguló világegyetemben is hasonló folyamat megy végbe: a hajdani ősrobbanás visszfényeként fennmaradt, eredetileg a többi anyagfajtával termikus egyensúlyban volt fotongáz termikus lecsatolódása óta állandóan tágul és hűl. A folyamat első pillantásra a b/ alattihoz hasonlít. A kozmológusok azonban azt állítják, hogy a sugárzás spektruma minden pillanatban a Planck-görbét követi, monoton csökkenő hőmérséklettel, és a fotongáz adiabatikus tágulásáról beszélnek, akárcsak az a/ példában. Ebben az esetben azonban semmiféle visszaverődési folyamat nem magyarázza az egyes hullámok Doppler-eltolódását. Hogyan lehetséges tehát az, hogy a fotongáz mindig jól meghatározott hőmérséklettel jellemezhető állapotokon át folytatja adiabatikus tágulását? Milyen anyaggal van termikus egyensúlyban a sugárzás?

Sherlock Holmes jó tanítványaként keressünk valami szimmetriát a jelenség hátterében! Mi lenne a helyzet, ha a fotonnak véges - nem nulla - nyugalmi tömege lenne?

(Dávid Gyula — Hantz Péter)

27. Indiana Jones jr. a múlt héten a Garay téri piacon járt. Itt találkozott J. B. Curcassal, a messewani egyetem kutatójával, aki örömmel mutatta neki az Atlantiszról hozott legbecsesebb leletet: egy üvegszemű kerámia-kentaurt. Jones kétkedő szavaira válaszul elmondta, hogy a szobor kerámia-farkából letört kis darabot termolumineszcencia-vizsgálatnak vetették alá — és a vizsgálat egyértelműen bizonyította, hogy a lelet legalább 11 000 éves. Jonest a szobor jellegzetes vigyora inkább a híres mátészalkai műtárgy-hamisító maffia termékeire emlékeztette — no de hogy szállhatna szembe az egzakt fizikai kormeghatározási módszer nyújtotta adatokkal? Ezért ezennel fizikus barátaihoz fordul: segítsenek az esetleges mesterséges, a termolumineszcens módszert becsapni képes öregítési eljárás leleplezésében. Jutalmul három tucat eredeti gondwanai és lemuriai — agyagból készült — floppylemezt ajánl fel.

(Szalay Tamás — Dávid Gyula)

28. Adott egy végtelen, egydimenziós kristály a rácsállandóval, elemi cellánként egy atommal. Tudjuk, hogy a rendszert lokális függvények írják jól le (pl. ionos kristály). Kvázi-kötött elektron (tight binding) képben gondolkozunk. Egy rögzített sávban a 0-dik helyen levő atom és az n-dik szomszéd hullámfüggvényére az átfedési integrál értéke s^n, míg a kölcsönhatási mátrixelem ugyanezen két hely között Au^n ($A =$állandó). Az atomi megoldásnál csak az E_0 energiára szorítkozunk. A szilárdtestfizikai számítások során a matematikai egyszerűség miatt sok esetben véges számú elemi cellára alkalmazzuk a periodikus határfeltételt. Ha a perióduson belül $2N+1$ elemi cellánk van, adott s és u mellett adjuk meg azt a legkisebb N-et, amire a véges periodikus határfeltétel még jogos közelítés (a sáv még nem torzul jelentősen)!

(Miro József)

29. Egy képzeletbeli anyag molekulái egyszerű köbös rácsban kristályosodnak, a molekulák első szomszédjukhoz hidrogénhíd-kötésekkel kötődnek. Két első szomszéd molekula kötési energiája $-V$, a közöttük levő hidrogénatom pedig ω frekvenciával rezeg. Vizsgáljuk a kristály (100) szabad felületét! A felület egy mikroállapotát azzal jellemezhetjük, hogy a külső kristálysík egyes rácspontjaiban vannak-e vagy nincsenek-e molekulák. Mutassuk meg, hogy a felület statisztikus fizikai szempontból analóg a kétdimenziós Ising-modellel! Mekkora a kritikus hőmérséklet? Milyen jellegű állapotok felelnek meg az Ising-modell ferromágneses, illetve paramágneses állapotának?

(Végső András emlékére kitűzte Bihary Zsolt)

30. Tekintsük vákuumban az alábbi szabad $\mathcal{L}_0$ Lagrange függvény által leírt skalárteret:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(x)\partial^\mu\phi(x) - \frac{1}{2}m_0^2\phi^2(x), \quad (1)$$

ahol m_0 a $\phi(x)$ skalártér vákuumbeli tömege.

Ha a teret egy $T \geq T_0$ hőmérsékletre melegítjük, akkor a ϕ tér tömege módosul, amit az átlagtér közelítésben az alábbi közegbeli $\mathcal{L}_M$ Lagrange-függvény jellemez:

$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi(x) \partial^\mu \phi(x) - \frac{1}{2} m_1^2 \phi^2(x). \tag{2}$$

Tegyük fel, hogy a közegbeli Lagrange-függvény (2) kvantumai termalizáltak, majd $T = T_0$ hőmérsékleten a tér kifagy, azaz létrejönnek a szabad, vákuumbeli kvantumok. Jellemezzük a vákuumbeli egyrészecske impulzus-eloszlásokat és a kétrészecske impulzus-eloszlásban fellépő Bose-Einstein korrelációkat!

(Csörgő Tamás)
A feladat kitűzője a legjobb megoldónak
5000 Ft különdíjat ajánlott fel.

31. Módosítsuk a jól ismert kétdimenziós ϕ^4 elmélet Lagrange-sűrűségfüggvényét egy ϕ-ben hatodfokú taggal úgy, hogy az új elméletben fagráf-szinten ne forduljon elő kétrészecske $\Rightarrow$ négyrészecske átalakulás! Hogyan kell ehhez megválasztani a hatodfokú tag együtthatóját? Ezután vegyünk hozzá a Lagrange-függvényhez egy (megfelelő együtthatójú) nyolcadfokú tagot, hogy (továbbra is fagráf szinten) az előbbi mellett kétrészecske $\Rightarrow$ hatrészecske átmenetek se legyenek! Folytassuk az eljárást újabb magasabb rendű tagok hozzávételével, sorban kiirtva a kétrészecske $\Rightarrow$ $2n$-részecske átmeneteket! Konvergens-e az eljárás? Melyik elmélet sorfejtett alakját kapjuk így meg?

(Bajnok Zoltán)

32. A termionok olyan részecskḱ, amelyek igen gyorsan felveszik a környezet hő mersekletét. Boltzmann szerint $E = kT$, Einstein szerint $E = mc^2$, szóval a termionok tm̈ege mindig arńyos a környezet loklís hőmérsék;etével. Ezt nem kell bebizonyítani, ezt egyszerűen el kell hinni.

A termionoknak három fajtája van. A forronok szeretik a meleget, ezŕt rájuk a hm̋érséklet gradiensével arányos erő hat. A vacogonok ezzel szemben hidegkedvelők, ezŕt a rájuk ható erő az előbbivel ellentétes irányú, bár nagyságra megegyező. A temperonok a szelid, langyos vidéket kedvelik, ezŕt rájuk a sebessgk̈ ś a hőmérséklet-gradiens vektoriális szorzatával arányos erő hat. (A szm̋olś sorń fellṕïgényeknek megfelelően további altípusokat is definiálhatunk.)

Vizsgáljuk meg a termionok mozgását időben állandó, de térben nem homogén hőmérséklet-mezőben! Írjuk fel a termionok különböző típusaira vonatkozó mozgásegyenleteket! (Javaslat: a sebességdimenziójú konstans paraméterek rövidítésére használjuk a c betűt!) Vizsgáljuk meg az energia-, az impulzus- és az impulzusmomentum megmaradási tételeinek termionokra vonatkozó alakjait!

Fejezzük ki a mozgśegyenletekből a gyorsulśt! Mikor párhuzamos a gyorsulás az erővel?

Fejezzük ki a megmaradási tételek segítségével a sebességet a helykoordináta függvényében! Vannak-e a térnek olyan tartományai, ahová a termionok különböző fajtái soha sem juthatnak el?

Írjuk le a mozgás lefolyását néhány érdekes esetben! Pl.: homogń vagy egy koordi'ata mentén exponenciálisan változó hőmérsékletgradiens esete, termionok keringése forró csillag körül vagy hideg csillag forró légkörében, stb.!

Pótkérdś: nem emlékeztet valamelyik termion-fajta mozgása egy fizikai tanulmányainkból ismerős esetre? Hť a többi fajtát hová tegyük?

(Dávid Gyula)

\end{document}